

Betrag eines Vektors

Der Betrag eines Vektors $\vec{a} = \overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p}$ ist die Länge des Pfeils von P nach Q bzw. von O nach A , d.h.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}, \quad a_k = q_k - p_k.$$

Insbesondere gilt $|s\vec{a}| = |s| |\vec{a}|$ für $s \in \mathbb{R}$.

Ein Vektor mit Betrag bzw. Länge 1 wird als Einheitsvektor bezeichnet und man benutzt die Schreibweise

$$\vec{v}^\circ = \vec{v}/|\vec{v}|$$

für einen solchen normierten Vektor.

Beispiel

Betrag und Normierung der Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad \vec{PQ} \text{ mit } P = (3, 8), Q = (7, 5)$$

(i) \vec{a} :

Betrag

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$

Normierung

$$\vec{a}^\circ = \vec{a}/|\vec{a}| = (2, -1, 2)^t/3 = (2/3, -1/3, 2/3)^t$$

(ii) \vec{PQ} :

$$|\vec{PQ}| = \sqrt{(7-3)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, \quad \vec{PQ}^\circ = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -3/5 \end{pmatrix}$$