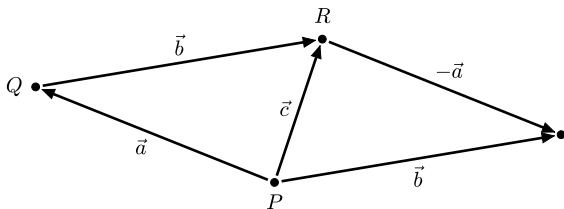


Addition von Vektoren

Geometrisch lässt sich die Summe von zwei Vektoren durch Aneinandersetzen der Pfeile bilden:

$$\vec{PQ} + \vec{QR} = \vec{PR}.$$



Für die Koordinaten der Ortsvektoren $\vec{a} = \vec{PQ}$, $\vec{b} = \vec{QR}$, $\vec{c} = \vec{PR}$ gilt entsprechend

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}.$$

Offensichtlich spielt die Reihenfolge bei der Addition von Vektoren keine Rolle:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$$

Geometrisch wird dies durch ein mit den Vektoren gebildetes Parallelogramm veranschaulicht.

Die Differenz von zwei Vektoren entspricht der Addition des Vektors mit umgekehrter Richtung:

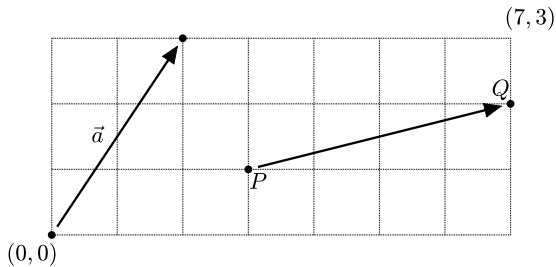
$$\vec{c} - \vec{a} = \vec{c} + (-\vec{a}) = \vec{b},$$

wie in der Abbildung illustriert ist. Insbesondere ist

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}, \quad \vec{a} + \vec{0} = \vec{a}.$$

Es gelten somit die üblichen Rechenregeln.

Bilden der Summe und Differenz der abgebildeten Vektoren



(i) Koordinatendarstellungen:

$$\vec{a} = (2, 3)^t$$

$$P = (3, 1), Q = (7, 2) \quad \implies$$

$$\vec{b} = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 - 3 \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

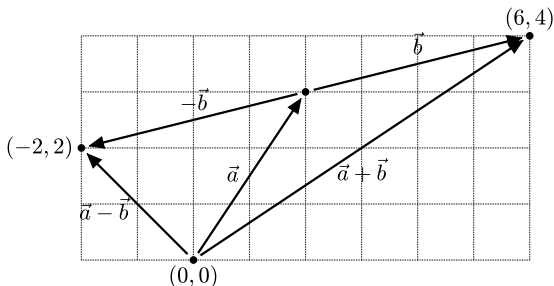
(ii) Summe und Differenz:

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 - 4 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

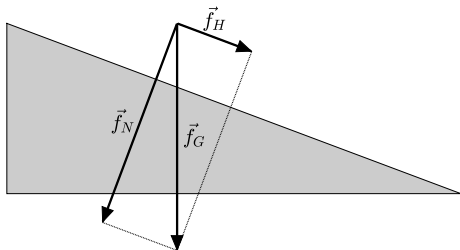
und $\vec{b} - \vec{a} = -\vec{c} = (2, -2)^t$

(iii) Geometrische Konstruktion:



Beispiel

Zerlegung der Gewichtskraft \vec{f}_G für eine schiefe Ebene mit Hilfe des Kräfteparallelogramms



Projektion von \vec{f}_G auf eine zur Ebene parallele und orthogonale Richtung
↪ Zerlegung

$$\vec{f}_G = \underbrace{\vec{f}_H}_{\text{Hangabtriebskraft}} + \underbrace{\vec{f}_N}_{\text{Normalkraft}}$$