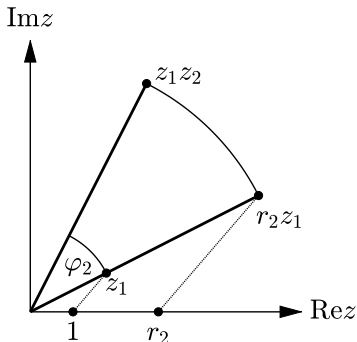


Multiplikation komplexer Zahlen

Das Produkt zweier komplexer Zahlen $z_k = x_k + iy_k = r_k \exp(i\varphi_k)$, $k = 1, 2$ ist

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + x_2 y_1) i = r_1 r_2 \exp(i(\varphi_1 + \varphi_2)).$$

Geometrisch entspricht die Multiplikation mit einer komplexen Zahl $z = re^{i\varphi}$ einer Streckung um den Faktor r und einer Drehung um den Winkel φ wie in der Abbildung für $z = z_2$ ($r = r_2$, $\varphi = \varphi_2$) illustriert ist.



Multiplikation und Quadrat komplexer Zahlen

(i) Produkt von $1 + i = \sqrt{2} \exp(i \pi/4)$ und $\sqrt{3} + 3i = 2\sqrt{3} \exp(i \pi/3)$

- Verwendung der Standardform:

$$(1 + i)(\sqrt{3} + 3i) = \sqrt{3} - 3 + (\sqrt{3} + 3) i$$

- Verwendung der Polarform:

$$\sqrt{2} \exp(i \pi/4) \cdot 2\sqrt{3} \exp(i \pi/3) = 2\sqrt{6} \exp(i 7\pi/12)$$

(ii) Quadrat von $z = 3 + \sqrt{3}i = 2\sqrt{3} \exp(i \pi/6)$

$$\begin{aligned} z^2 &= 9 + 6\sqrt{3}i - 3 = 6 + 6\sqrt{3}i \\ &= (2\sqrt{3})^2 \exp(2i\pi/6) = 12 \exp(i \pi/3) \end{aligned}$$