

## Direkter Beweis

---

Eine Behauptung  $B$  kann bewiesen werden, indem sie aus bekannten wahren Aussagen  $A$  hergeleitet oder auf solche zurückgeführt wird:

$$A \implies B.$$

Die Aussagen  $A$  können dabei auch Voraussetzungen beinhalten, die für die Gültigkeit der Behauptung  $B$  notwendig sind.

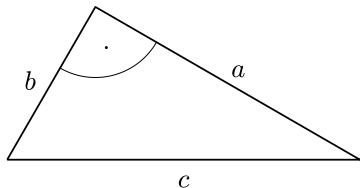
---

## Beispiel

Satz des Pythagoras:

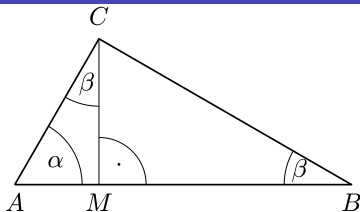
$$a^2 + b^2 = c^2$$

mit  $a$ ,  $b$  den Längen der Katheten und  $c$  der Länge der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks



Direkter Beweis:

benutze als bekannt: Ähnliche Dreiecke, d.h. Dreiecke mit gleichen Winkeln, haben die gleichen Seitenverhältnisse.



Anwendung auf  $\triangle(A, B, C) \sim \triangle(A, C, M) \implies$

$$|\overline{AC}| : |\overline{AB}| = |\overline{AM}| : |\overline{AC}|, \text{ d.h. } |\overline{AC}|^2 = |\overline{AB}| \cdot |\overline{AM}|$$

analog:

$$|\overline{BC}|^2 = |\overline{AB}| \cdot |\overline{BM}|$$

Addition der letzten beiden Gleichungen unter Berücksichtigung von

$$|\overline{AM}| + |\overline{BM}| = |\overline{AB}| \quad \implies$$

$$a^2 + b^2 = |\overline{BC}|^2 + |\overline{AC}|^2 = |\overline{AB}| |\overline{BM}| + |\overline{AB}| |\overline{AM}| = |\overline{AB}|^2 = c^2$$