Konvexkombination

Eine Konvexkombination ist eine Linearkombination

$$s_1 v_1 + s_2 v_2 + \cdots + s_m v_m$$

von Elementen v_k eines reellen Vektorraums mit

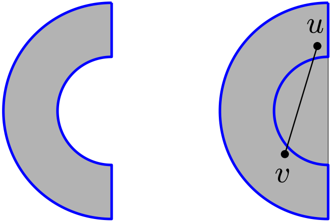
$$s_k \geq 0, \quad \sum_k s_k = 1\,.$$

Die Menge aller Konvexkombinationen von Elementen aus einer Teilmenge $M \subseteq V$ wird als konvexe Hülle von M, $\operatorname{conv}(M)$, bezeichnet.

Geometrisch ist $\operatorname{conv}(M)$ die kleinste M enthaltende Menge, die für je zwei Elemente u, v auch deren Verbindungsstrecke

$$(1-s)u + sv, \quad 0 \leq s \leq 1\,,$$

enthält.



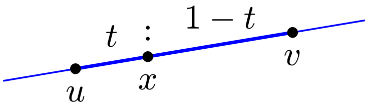
Beispiel

Parametrisierung einer Gerade und eines konvexen Vierecks durch lineare Interpolation

(i) Gerade G:
$u, v \in G,\ u \neq v \quad \Longrightarrow$

$$G:\ x = (1-t)u + tv, \quad t \in \mathbb{R}$$

Konvexkombination für $0 \leq t \leq 1$
$\rightsquigarrow$ Geradensegment $\operatorname{conv}(\{u, v\})$ zwischen u und v
x teilt $\operatorname{conv}(\{u, v\})$ im Verhältnis $t : (1-t)$



(ii) Konvexes Viereck $\square(a, b, c, d)$:

$z \in \square(a, b, c, d) \quad \iff$

$$\begin{aligned} z &= (1-s)[\underbrace{(1-t)a + tb}_{x}] + s[\underbrace{(1-t)c + td}_{y}] \\ &= (1-s)(1-t)a + (1-s)tb + s(1-t)c + std \end{aligned}$$

mit $0 \leq s, t \leq 1$

Konvexkombination von a, b, c, d: Koeffizienten ≥ 0 mit Summe 1