Exponentialfunktion

Aufgrund der Formel von Euler-Moivre,

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi\,,$$

lässt sich die komplexe Exponentialfunktion durch

$$e^z = e^x(\cos y + i\sin y)$$

mit $z = x + iy$ definieren.

Es gilt

$$\exp(z + 2\pi i) = \exp(z)\,,$$

d.h. $\exp(z)$ ist bezüglich des Imaginärteils y von z periodisch.

Weiter folgt, dass jeder durch $\operatorname{Im} z \in [s, s + 2\pi)$ definierte Streifen bijektiv auf die gelochte Gauß-Ebene $\mathbb{C}\backslash\{0\}$ abgebildet wird.
Horizontale Geraden $z = t + \mathrm{i}y$, $t \in \mathbb{R}$, werden auf Halbgeraden $w = s\mathrm{e}^{\mathrm{i}y}$, $s \in \mathbb{R}^+$, und vertikale Geraden $z = x + \mathrm{i}t$, $t \in \mathbb{R}$, auf Kreise $|w| = \mathrm{e}^x$ abgebildet.