8.4 Integralsätze

Orientierter Rand einer Fläche

$$\partial S = C = C_1 + \cdots + C_m$$

S links von C_i, d.h. das Kreuzprodukt aus Normale $\vec{n}$ von S und Tangentenvektor $\vec{t}$ von C zeigt in die Fläche

Satz von Gauß

$$\iiint\limits_V \operatorname{div} \vec{F}\, dV = \iint\limits_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

mit S der Oberfläche eines Körpers V und $d\vec{S}$ dem nach außen gerichteten vektoriellen Flächenelement

Volumenberechnung mit Hilfe des Satzes von Gauß

$$\operatorname{vol}(V) = \frac{1}{3} \iint\limits_S \vec{r} \cdot d\vec{S}$$

mit $S = \partial V$ und $d\vec{S}$ dem nach außen gerichteten vektoriellen Flächenelement

Satz von Gauß in der Ebene

$$\iint\limits_A \operatorname{div} \vec{F}\, dA = \int\limits_C \vec{F} \cdot \vec{n}^\circ dC = \int\limits_C \vec{F} \times d\vec{r}, \quad \vec{F} = F_x \vec{e}_x + F_y \vec{e}_y$$

mit

$$\operatorname{div} \vec{F} = \partial_x F_x + \partial_y F_y, \quad \vec{F} \times d\vec{r} = F_x y'(t) - F_y x'(t)$$

und $\partial A = C : t \mapsto \vec{r}(t)$ dem orientierten Rand von A

Flächenberechnung mit dem Satz von Gauß

$$\operatorname{area}(A) = \frac{1}{2} \int\limits_C \vec{r} \times d\vec{r}$$

mit $\partial A = C : t \mapsto \vec{r}(t)$ dem orientierten Rand von A

Satz von Green

$$\iint\limits_A \operatorname{rot} \vec{F}\, dA = \int\limits_C \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \operatorname{rot} \vec{F} = \partial_x F_y - \partial_y F_x$$

mit $C : t \mapsto r(\vec{t})$ dem orientierten Rand von A

Satz von Stokes

$$\iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int\limits_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

mit C dem orientierten Rand der Fläche S