

7.5 Integralsätze

Hauptsatz für Mehrfachintegrale

$$\int_V \partial_\nu f = \int_{\partial V} f \xi_\nu \Leftrightarrow \int_V \operatorname{grad} f = \int_{\partial V} f \xi$$

mit ξ der nach außen gerichteten Einheitsnormalen von ∂V

My partielle Integration bei Funktionen mehrerer Veränderlicher

$$\int_V f (\partial_\nu g) = \int_{\partial V} f g \xi_\nu - \int_V (\partial_\nu f) g$$

mit ξ der nach außen gerichteten Einheitsnormalen von ∂V

$$\int_{\mathbb{R}^n} g \partial^\alpha f = (-1)^{|\alpha|} \int_{\mathbb{R}^n} f \partial^\alpha g$$

für glatte Funktionen, die ausserhalb einer beschränkten Menge verschwinden oder genügend schnell abfallen

Greensche Integralformeln

$$\begin{aligned} \int_{\partial V} f \partial_\perp g &= \int_V (\operatorname{grad} f)^t \operatorname{grad} g + f \Delta g \\ \int_{\partial V} f \partial_\perp g - g \partial_\perp f &= \int_V f \Delta g - g \Delta f \end{aligned}$$

mit $\partial_\perp g$ der Ableitung in Richtung der nach außen zeigenden Einheitsnormalen ξ von ∂V

$f = 1 \rightsquigarrow$

$$\int_{\partial V} \partial_\perp g = \int_V \Delta g$$