

## 4.3 Rationale Integranden

### Elementare rationale Integranden

$$\begin{aligned}\int \frac{dx}{ax+b} &= \frac{1}{a} \ln|x+b/a| + c \\ \int \frac{dx}{(x-a)^2+b^2} &= \frac{1}{b} \arctan\left(\frac{x-a}{b}\right) + c \\ \int \frac{(x-a)dx}{(x-a)^2+b^2} &= \frac{1}{2} \ln((x-a)^2+b^2) + c\end{aligned}$$

### Elementare rationale Integranden mit mehrfachen Polstellen

$$\int (x-a)^{-n-1} dx = -\frac{1}{n}(x-a)^{-n} + c$$

rekursive Berechnung bei quadratischen Faktoren  $q(x) = (x-a)^2 + b^2$  für mehrfache komplex konjugierte Polstellen

$$\int \frac{c(x-a)+d}{q(x)^{n+1}} dx = -\frac{c}{2nq(x)^n} + \frac{d(x-a)}{2b^2nq(x)^n} + \frac{d(2n-1)}{2b^2n} \int \frac{dx}{q(x)^n}$$

### Partialbruchzerlegung

Darstellung als Summe der drei elementaren Grundtypen

$$ax^n, \quad \frac{c}{(ax+b)^n}, \quad \frac{c(x-a)+d}{((x-a)^2+b^2)^n}$$