

## 3.8 Anwendungen

### Satz von Rolle

$$f(a) = f(b) \implies f'(c) = 0 \quad \text{für ein } c \in (a, b)$$

allgemeiner:  $n$  Nullstellen von  $f$  einschließlich Vielfachheiten  $\rightsquigarrow$  mindestens  $n - k$  Nullstellen von  $f^{(k)}$

### Mittelwertsatz

$$f(b) - f(a) = f'(t)(b - a) \quad \text{für ein } t \in (a, b)$$

### Fehlerfortpflanzung

absoluter Fehler

$$|\Delta y| = |f'(x)| |\Delta x| + o(\Delta x)$$

relativer Fehler

$$\frac{|\Delta y|}{|y|} = \left( |f'(x)| \frac{|x|}{|y|} \right) \frac{|\Delta x|}{|x|} + o(\Delta x)$$

Abschätzung mit Hilfe geeigneter Schranken für  $f'$

### Landau-Symbole

$$f(x) = O(g(x)) \iff |f(x)| \leq c|g(x)|$$

für  $x \rightarrow x_0$

$$f(x) = o(g(x)) \iff \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)|/|g(x)| = 0$$

### Regel von l'Hospital

$f(a) = 0 = g(a)$  oder  $|f(a)| = \infty = |g(a)| \implies$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)},$$

falls der rechte Grenzwert existiert (gegebenenfalls im uneigentlichen Sinn)