3.7 Differentiationsregeln

Ableitung

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

alternative Schreibweisen: $f'(x) = dy/dx = (d/dx)f(x)$

Tangente: $y = f(a) + f'(a)(x-a)$

Linearität der Ableitung

$$(rf)' = rf' \quad (r \in \mathbb{R}), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g'$$

Ableitungen von Grundfunktionen

$f(x)$	$f'(x)$		$f(x)$	$f'(x)$
c	0		$x^r,\ r \neq 0$	rx^{r-1}
e^x	e^x		$\ln\lvert x\rvert$	$\frac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$		$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos x$	$-\sin x$		$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan x$	$\tan^2 x + 1$		$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$		$\operatorname{arccot} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Produktregel

$$(fg)' = f'g + fg'$$

Quotientenregel

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

insbesondere: $(1/g)' = -g'/g^2$

Kettenregel

$$\frac{d}{dx}\, f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

bzw. mit $f(y) = z$, $g(x) = y$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\,\frac{dy}{dx}$$

Ableitung der Umkehrfunktion

$y = f(x)$, $x = f^{-1}(y) \implies$

$$(f^{-1})'(y) = f'(x)^{-1}$$

bzw. $dx/dy = (dy/dx)^{-1}$

Logarithmische Ableitung

$$f'(x) = f(x)\frac{d}{dx}\ln|f(x)| \quad (f \neq 0)$$

$\rightsquigarrow$ Differentiation von Funktionen der Form $y = g(x)^{h(x)}$ mit $g(x) > 0$