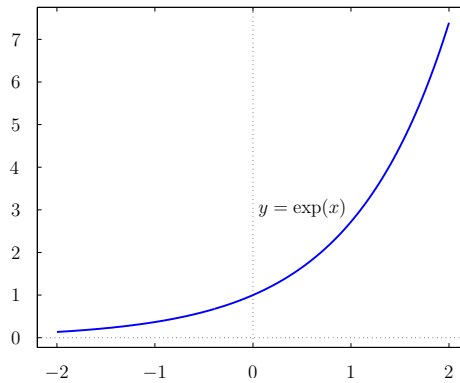


3.2 Exponentialfunktion und Logarithmus

Exponentialfunktion

$$y = e^x = \exp(x), \quad e = 2.71828\dots$$



Funktionalgleichung

$$e^{x+y} = e^x e^y$$

insbesondere: $e^{-x} = 1/e^x$

Verzinsung

Endkapital bei Startkapital x nach n -facher Aus- bzw. Einzahlung einer Rate r ($r < 0$ bzw. $r > 0$) und einem Zinsfaktor $(1 + p)$

$$y = (1 + p)^n x + \frac{(1 + p)^n - 1}{p} r$$

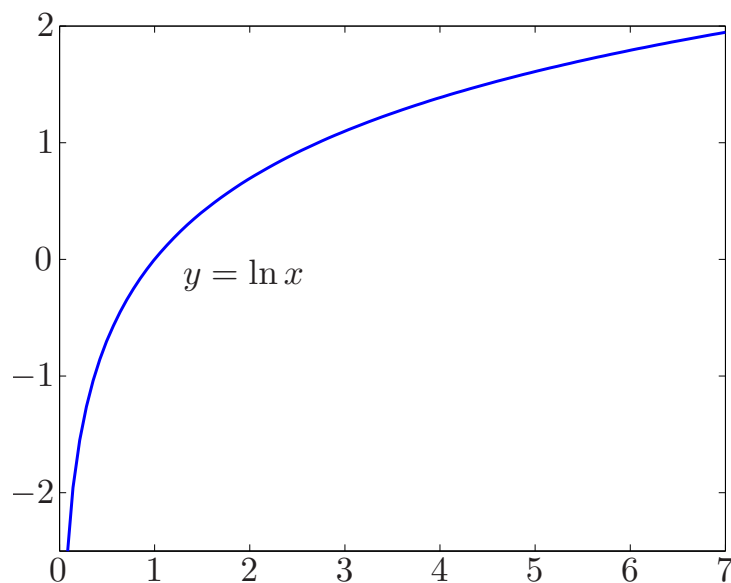
effektiver Jahreszins bei monatlicher Verzinsung mit Zinsfaktor $1 + p_m$

$$p_j = (1 + p_m)^{12} - 1 \geq 12p_m$$

Natürlicher Logarithmus

Umkehrfunktion der Exponentialfunktion

$$y = e^x \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln y$$



Funktionalgleichung

$$\ln(xy) = \ln x + \ln y$$

insbesondere: $\ln(1/x) = -\ln x$

Allgemeine Potenzfunktion und Logarithmus

$$y = a^x = \exp(x \ln a), \quad a > 0$$

Umkehrfunktion

$$x = \log_a y, \quad y > 0$$

Zehner- und dualer Logarithmus: $\log = \log_{10}$, $\text{ld} = \log_2$

Rechenregeln für Potenzen und Logarithmen

$$\begin{aligned} a^{s+t} &= a^s a^t, & \log_a x + \log_a y &= \log_a(xy), \\ a^{s-t} &= a^s / a^t, & \log_a x - \log_a y &= \log_a(x/y), \\ (a^s)^t &= a^{st} & \log_a x^t &= t \log_a x \end{aligned}$$

Umrechnung zwischen verschiedenen Basen

$$\log_b x = \log_b a \log_a x$$