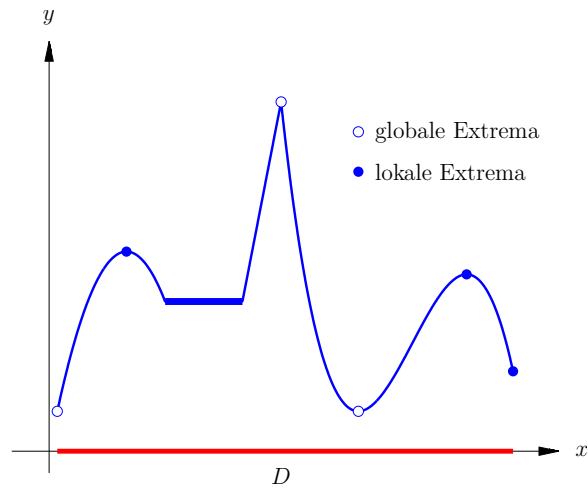


## 3.10 Extremwerte und Funktionsuntersuchung

### Extremwert



Extremwerte nur an den Nullstellen der Ableitung, Unstetigkeitsstellen oder Randpunkten

### Extremwerttest

$$f'(a) = 0, \quad f''(a) > 0 \quad (f''(a) < 0)$$

$\implies$  lokales Minimum (Maximum) bei  $a$

allgemeiner: Extremstelle, falls

$$f'(a) = f''(a) = \dots = f^{(n-1)}(a) = 0 \quad \text{und} \quad f^{(n)}(a) \neq 0,$$

mit  $n$  gerade

lokales Maximum (Minimum), falls  $f^{(n)}(a) < 0$  ( $f^{(n)}(a) > 0$ )

### Wendepunkte

Nullstelle  $a$  von  $f''$  mit Vorzeichenwechsel

hinreichend:  $f'''(a) \neq 0$

### Asymptoten

lineare Funktion  $p(x) = ax + b$  mit

$$f(x) - p(x) \rightarrow 0 \quad \text{für} \quad x \rightarrow \infty \quad \text{oder} \quad x \rightarrow -\infty$$

## Funktionsuntersuchung

Bestimmung qualitativer Merkmale einer Funktion

- Symmetrien
- Periodizität
- Unstetigkeitsstellen
- Nullstellen ( $\rightarrow$  Vorzeichen)
- Extrema ( $\rightarrow$  Monotoniebereiche)
- Wendepunkte ( $\rightarrow$  Konvexitätsbereiche)
- Polstellen
- Asymptoten