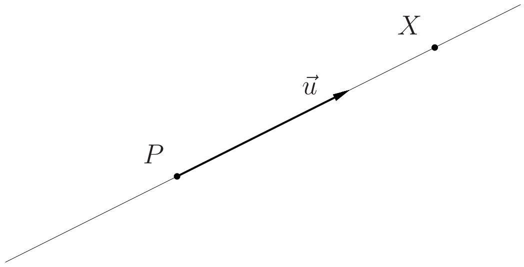
2.5 Geraden

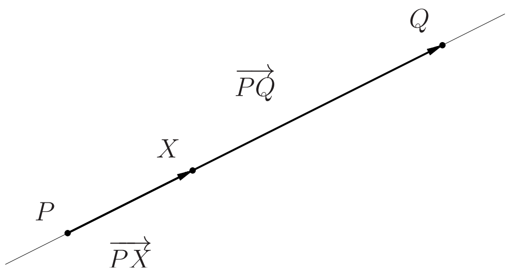
Punkt-Richtungs-Form

$$\overrightarrow{PX} = t\vec{u} \quad \Leftrightarrow \quad x_i = p_i + tu_i$$



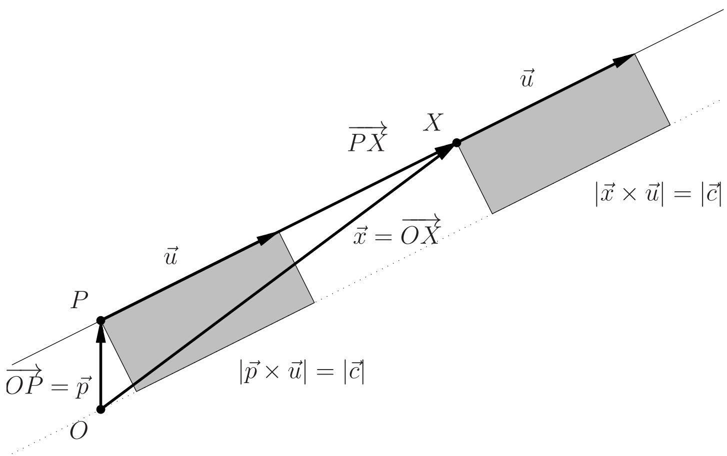
Zwei-Punkte-Form

$$\overrightarrow{PX} = t\overrightarrow{PQ} \quad \Leftrightarrow \quad x_i = p_i + t(q_i - p_i)$$



Momentenform

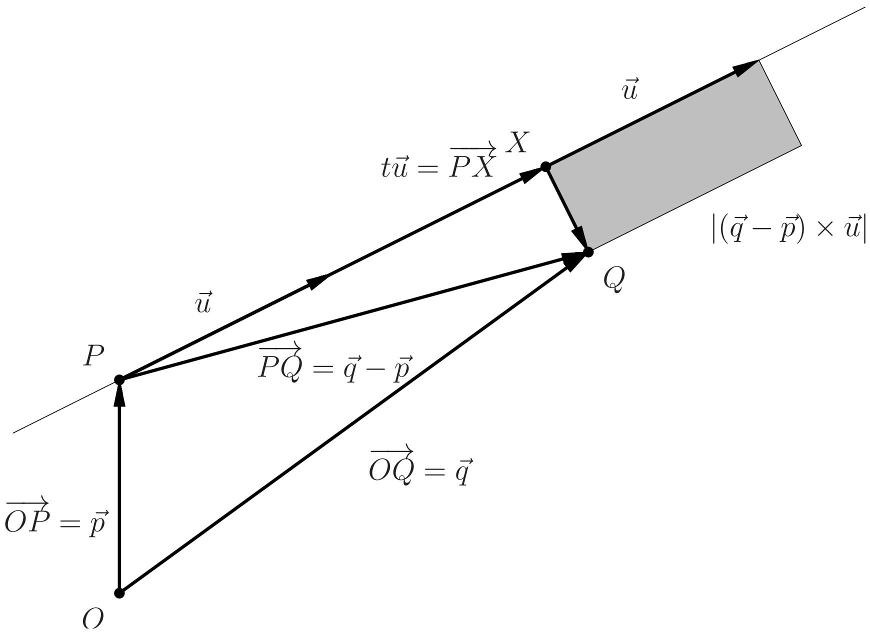
$$\overrightarrow{PX} \times \vec{u} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{x} \times \vec{u} = \vec{p} \times \vec{u}$$



Abstand Punkt-Gerade

Projektion X eines Punktes Q auf eine Gerade durch P mit Richtung $\vec{u}$

$$\overrightarrow{PX} = t\vec{u}, \quad t = \frac{(\vec{q}-\vec{p})\cdot\vec{u}}{|\vec{u}|^2}$$



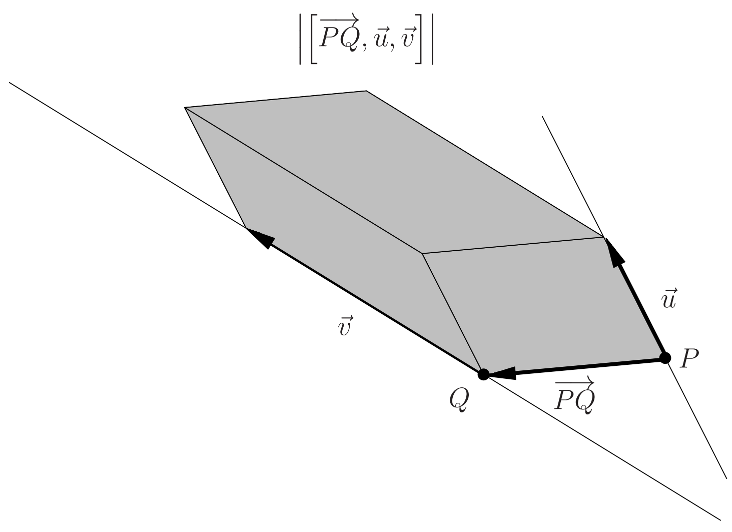
Abstand

$$d = |\overrightarrow{XQ}| = \frac{|(\vec{q}-\vec{p})\times\vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

Abstand zweier Geraden

$$d = \frac{|[\overrightarrow{PQ},\vec{u},\vec{v}]|}{|\vec{u}\times\vec{v}|}$$

Geraden gegeben durch Punkte P, Q und Richtungen $\vec{u} \nparallel \vec{v}$
windschief: $d > 0$



Abstand paralleler Geraden

$$d = \frac{|\overrightarrow{PQ}\times\vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

Berechnung der Punkte X, Y kürzesten Abstandes aus den Orthogonalitätsbedingungen

$$\vec{x} - \vec{y} \perp \vec{u}, \vec{v}, \quad \vec{x} = \vec{p} + s\vec{u},\, \vec{y} = \vec{q} + t\vec{v}$$

$\rightsquigarrow$ lineares Gleichungssystem für s und t