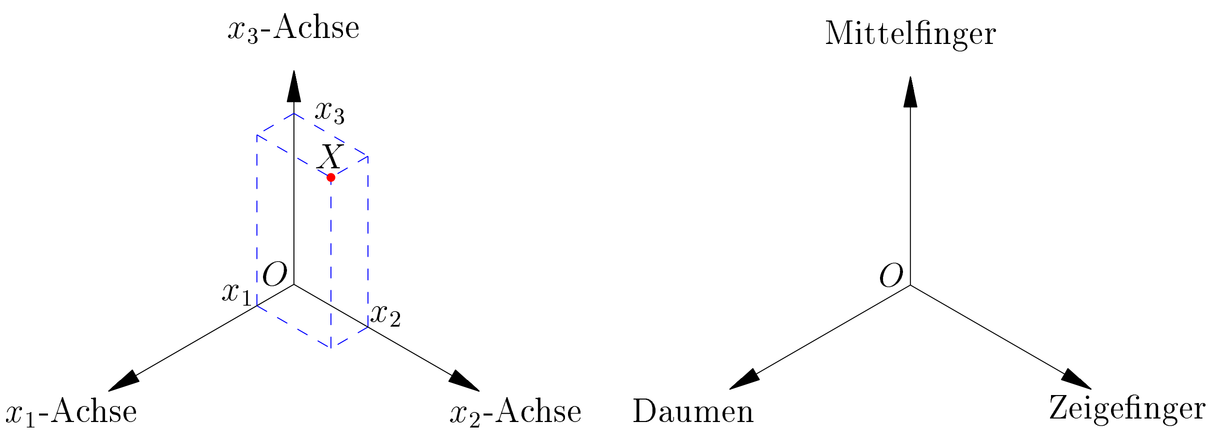
2.1 Koordinaten

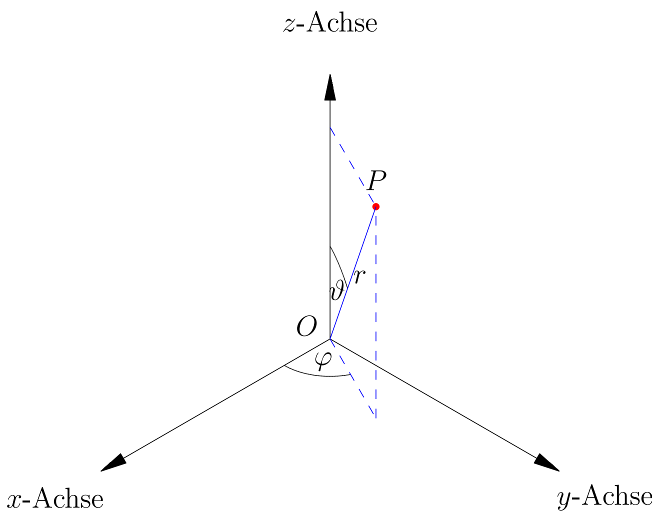
Kartesisches Koordinatensystem in der Ebene und im Raum

senkrecht schneidende Zahlengeraden (Achsen), orientiert gemäß der „Rechten-Hand-Regel“



Punkte, dargestellt durch Koordinaten: $X = (x_1, x_2, x_3)$ bzw. $P = (x, y, z)$

Kugelkoordinaten



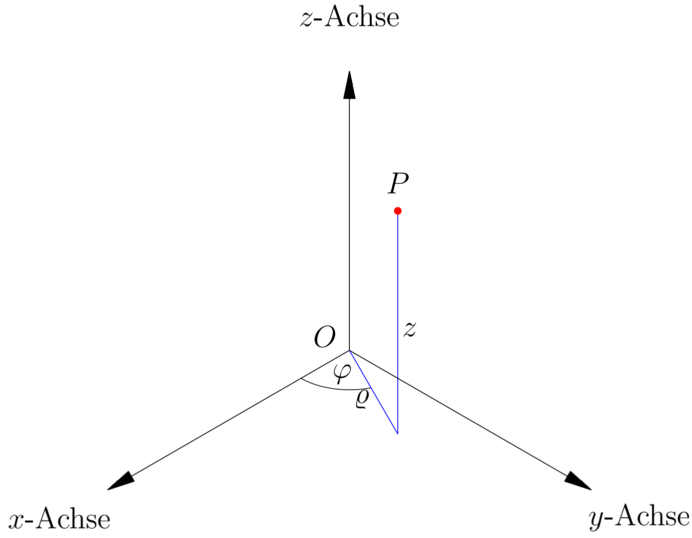
$$x = r\cos\varphi\sin\vartheta, \quad y = r\sin\varphi\sin\vartheta, \quad z = r\cos\vartheta$$

bzw.

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \quad \varphi = \arctan(y/x) + \sigma\pi, \quad \vartheta = \arccos(z/\sqrt{x^2+y^2+z^2})$$

mit $\sigma = 0$ für $x \geq 0$ und $\sigma = \pm 1$ für $x < 0$ $\rightsquigarrow$ Standardbereich $\varphi \in (-\pi, \pi]$

Zylinderkoordinaten



$$x = \varrho \cos\varphi, \quad y = \varrho \sin\varphi, \quad z = z$$

bzw.

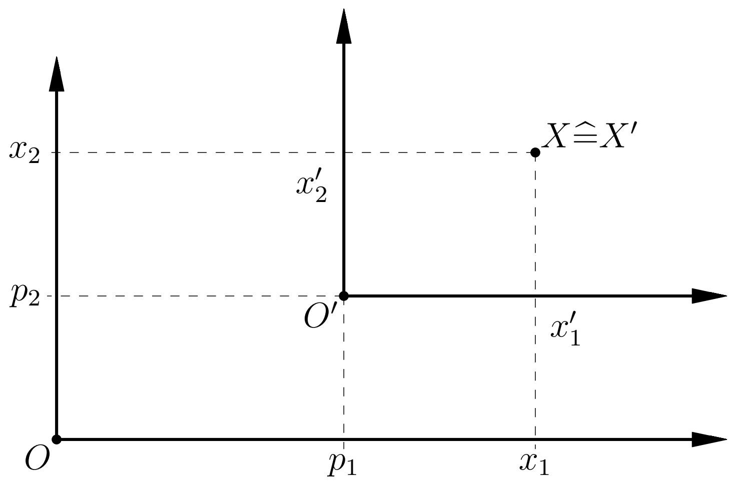
$$\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \arctan(y/x) + \sigma\pi, \quad z = z$$

mit $\sigma = 0$ für $x \geq 0$ und $\sigma = \pm 1$ für $x < 0$ $\rightsquigarrow$ Standardbereich $\varphi \in (-\pi, \pi]$

Translation eines kartesischen Koordinatensystems

Verschiebung des Ursprungs, $O \to O' = (p_1, p_2, p_3)$

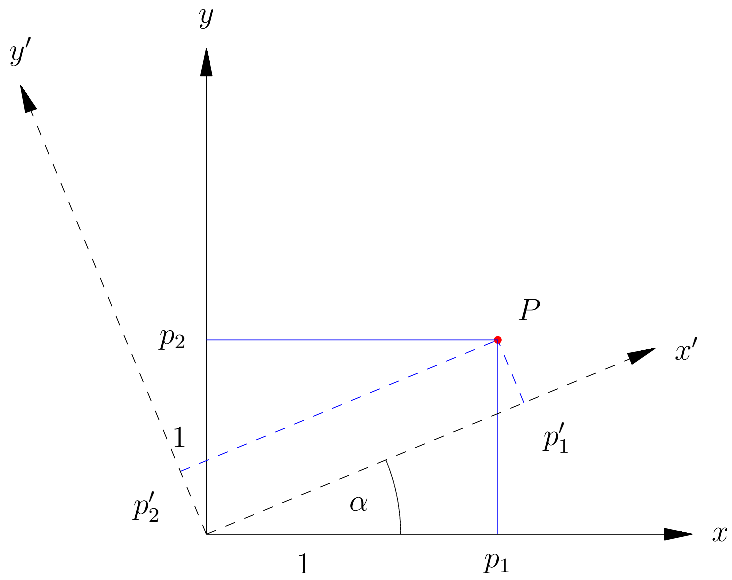
$$X = (x_1, x_2, x_3) \quad \to \quad X' = (x_1 - p_1, x_2 - p_2, x_3 - p_3)$$



Rotation eines kartesischen Koordinatensystems

Drehung der xy-Ebene um die z-Achse mit dem Winkel α:
$P = (p_1, p_2, p_3) \to P' = (p_1', p_2', p_3')$ mit

$$p_1' = \cos\alpha\, p_1 \,+\, \sin\alpha\, p_2, \quad p_2' = -\sin\alpha\, p_1 \,+\, \cos\alpha\, p_2, \quad p_3' = p_3$$



y
y'
P
p₂
x'
1
p'₁
p'₂
α
x
1
p₁