## 1.2 Mengen

### Menge

Menge mit Elementen $a_k$ bzw. $a$

$$A = \{a_1, a_2, \ldots\}, \quad A = \{a :\ a \text{ besitzt die Eigenschaft } E\}$$

| | |
|---|---|
| $a \in A$ | $a$ ist Element von $A$ |
| $a \notin A$ | $a$ ist nicht Element von $A$ |
| $A \subseteq B$ ($\subset$) | $A$ ist (echte) Teilmenge von $B$ |
| $\lvert A \rvert$ | Anzahl der Elemente in $A$ |
| $\emptyset$ | leere Menge |

natürliche, ganze, rationale, relle und komplexe Zahlen

$$\mathbb{N},\ \mathbb{Z},\ \mathbb{Q},\ \mathbb{R},\ \mathbb{C}$$

### Mengenoperationen

| | |
|---|---|
| Vereinigung | $A \cup B$ |
| Durchschnitt | $A \cap B$ |
| Differenz, Komplementärmenge | $A \setminus B$ |

### Regeln für Mengenoperationen

Assoziativgesetze

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C), \quad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Kommutativgesetze

$$A \cap B = B \cap A, \quad A \cup B = B \cup A$$

De Morgansche Regeln

$$C \backslash (A \cap B) = (C \backslash A) \cup (C \backslash B), \quad C \backslash (A \cup B) = (C \backslash A) \cap (C \backslash B)$$

Distributivgesetze

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C), \quad (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

### Kartesisches Produkt

geordnete Paare von Elementen zweier Mengen

$$A \times B = \{(a, b) :\ a \in A \wedge b \in B\}$$

$n$-Tupel: $(a_1, \ldots, a_n) \in A_1 \times \cdots \times A_n$

### Relation

Beziehung zwischen Elementen zweier Mengen

$$a \,\mathrm{R}\, b \Leftrightarrow (a,b) \in R \subseteq A \times B$$

### Eigenschaften von Relationen

| | |
|---|---|
| reflexiv | $(a,a) \in R$ |
| symmetrisch | $(a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$ |
| antisymmetrisch | $(a,b) \in R \wedge (b,a) \in R \Rightarrow a = b$ |
| transitiv | $(a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$ |
| total | $(a,b) \in R \vee (b,a) \in R$ |

Äquivalenzrelation ($a \sim b$): reflexiv, symmetrisch und transitiv
Partition der Grundmenge in disjunkte Äquivalenzklassen

Halbordnung ($a \leq b$): reflexiv, antisymmetrisch und transitiv

Ordnung: zusätzlich total