

Periodische, quadratintegrierbare Funktionen

Der Raum der 2π -periodischen Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ mit

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx < \infty$$

und der durch das Skalarprodukt

$$\langle f, g \rangle_{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \overline{g(x)} dx$$

induzierten Norm $\| \cdot \|_{2\pi}$ wird mit $L^2_{2\pi}$ bezeichnet.

Alternativ kann der Raum der 2π -periodischen quadratintegrierbaren Funktionen auch als Abschluss der glatten Funktionen definiert werden, d.h. jede Funktion $f \in L^2_{2\pi}$ lässt sich durch eine Folge unendlich oft differenzierbarer Funktionen f_n approximieren:

$$\|f - f_n\|_{2\pi} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$