Kompakte Menge

Eine beschränkte und abgeschlossene Menge $D \subseteq \mathbb{R}^n$ bezeichnet man als kompakt.

Äquivalent dazu sind folgende Charakterisierungen:

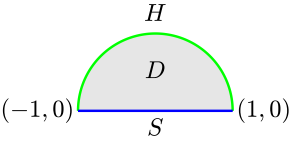
- Jede Folge in D besitzt eine konvergente Teilfolge mit Grenzwert in D.
- Jede Überdeckung von D mit offenen Mengen besitzt eine endliche Teilüberdeckung.

Beispiel

Illustration von Mengeneigenschaften

Hälfte einer Kreisscheibe,

$$D : x^2 + y^2 < 1 \wedge y > 0\,,$$



mit Rand $\partial D = H \cup S$,

$$H : \qquad x^2 + y^2 = 1 \wedge y \geq 0 \quad \text{Halbkreis}$$

$$S : \qquad S : (-1, 1) \times \{0\} \quad \text{Geradensegment}$$

- D offen: keine Randpunkte wegen strikter Ungleichungen
- H abgeschlossen: Relationen $=$, $\geq$ und $\leq$ bleiben bei Grenzwertbildung erhalten
- S weder offen noch abgeschlossen:
  Produkt einer offenen und abgeschlossenen Menge
- $\bar{D}$, ∂D kompakt: abgeschlossen und beschränkt