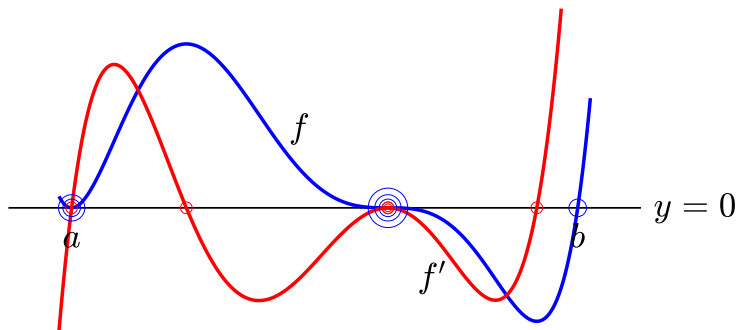


Satz von Rolle

Die Ableitung einer stetig differenzierbaren Funktion f mit $f(a) = f(b) = 0$ hat mindestens eine Nullstelle $c \in (a, b)$.



Allgemeiner gilt: Hat eine glatte Funktion n Nullstellen in einem Intervall $[a, b]$ einschließlich Vielfachheiten ($n = 2 + 3 + 1 = 6$ in der Abbildung), so besitzt die k -te Ableitung dort mindestens $n - k$ Nullstellen.

Beweis

Existenz von Extrema für die stetige Funktion $f \implies$

$$\exists c, d \in [a, b] : f(c) = \min_{x \in [a, b]} f(x), \quad f(d) = \max_{x \in [a, b]} f(x)$$

$f(c) < f(d)$, falls f nicht konstant (trivialer Fall)

$\implies c$ oder d in (a, b) (andernfalls $f(c) = 0 = f(d)$)

\implies Ableitung null an mindestens einem inneren Punkt

Iteration des Argumentes für höhere Ableitungen