

Mittelwertsatz

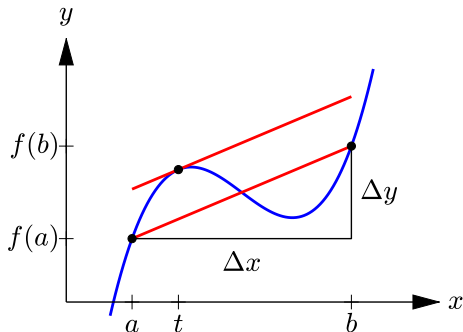
Für eine stetig differenzierbare Funktion f gilt

$$f(b) - f(a) = f'(t)(b - a)$$

für ein $t \in (a, b)$.

Geometrisch bedeutet die Identität, dass die Tangente in einem Punkt t parallel zu der durch die Endpunkte $(a, f(a))$ und $(b, f(b))$ verlaufende Sekante ist. Man schreibt auch

$$\Delta y = f'(t)\Delta x.$$



Beweis

definiere

$$g(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

$g(a) = g(b) = 0$, Satz von Rolle \implies

$$\exists t \in (a, b) : 0 = g'(t) = f'(t) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

\iff

$$f(b) - f(a) = f'(t)(b - a)$$