Formel von Euler-Moivre

Die Exponentialfunktion mit imaginärem Argument lässt sich mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen ausdrücken:

$$\exp(\mathrm{i}t) = \cos t + \mathrm{i}\sin t$$

für $t \in \mathbb{R}$. Der Kosinus und der Sinus entsprechen also dem Real- und Imaginärteil komplexer Zahlen mit Betrag 1 ($|\exp(\mathrm{i}t)| = 1$).
Invertiert man die obige Formel, so folgt

$$\begin{aligned} \cos t &= \operatorname{Re} e^{\mathrm{i}t} = \frac{1}{2}\left(e^{\mathrm{i}t} + e^{-\mathrm{i}t}\right) \\ \sin t &= \operatorname{Im} e^{\mathrm{i}t} = \frac{1}{2\mathrm{i}}\left(e^{\mathrm{i}t} - e^{-\mathrm{i}t}\right) . \end{aligned}$$

Die Identitäten zwischen exp, cos und sin gehen auf Euler and Moivre zurück. Sie bilden die Grundlage für die geometrische Interpretation komplexer Zahlen und spielen in der Fourier-Analysis eine wichtige Rolle.