Laplace-Transformation

Ist $u(t)\exp(-at)$ auf $[0,\infty)$ absolut integrierbar, so existiert das Integral

$$U(s) = \int\limits_0^\infty u(t)\exp(-st)\,dt$$

für $\operatorname{Re} s \geq a$ und wird als Laplace-Transformation bezeichnet: $U = \mathcal{L}u$.

Der Operator $\mathcal{L} : u \mapsto U = \mathcal{L}u$ ist linear und injektiv, d.h.

$$\mathcal{L}(u+v) = \mathcal{L}u + \mathcal{L}v, \quad \mathcal{L}(\lambda u) = \lambda \mathcal{L}u$$

und

$$\mathcal{L}u = 0 \quad \Longrightarrow \quad u = 0\,.$$

Inverse Laplace-Transformation

Ist $u(t)\exp(-at)$ auf $[0,\infty)$ absolut integrierbar, so kann die inverse Laplace-Transformation $U = \mathcal{L}u \mapsto u$ durch

$$u(t) = \frac{1}{2\pi\mathrm{i}} \int\limits_{b-\mathrm{i}\infty}^{b+\mathrm{i}\infty} U(s)\exp(st)\,ds, \quad b \geq a\,,$$

berechnet werden.